

# Interacción electromagnética (2025-2020)

**Problemas resueltos** 

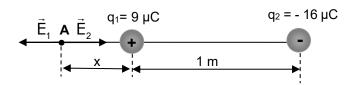
(Oviedo 2024-2025/Junio.3)

Dos cargas puntuales  $q_1$  = 9  $\mu$ C y  $q_2$  = -16  $\mu$ C se hallan en el vacío y separadas entre si una distancia horizontal d = 1 m. Calcula:

- a) El punto A donde se anula el campo eléctrico.
- b) El punto B donde se anula el potencial electrostático.
- c) El trabajo para llevar una carga puntual  $q_3$  = 5  $\mu$ C desde el punto A hasta el punto B. Justifica si el trabajo se realiza por el campo eléctrico del sistema de cargas o en contra del campo del sistema.

# Solución:

a)



Como una carga positiva crea un campo que sale de la carga, mientras que para la negativa el campo es entrante, el punto A no puede estar entre las cargas, donde los campos se sumarían. Considerando el valor de las cargas ( $q_2$  mayor, en sentido absoluto, que  $q_1$ ), el punto considerado estará situado a la izquierda de  $q_1$ .

Por tanto:

$$E_{1} = k \frac{q_{1}}{x^{2}}$$

$$E_{2} = k \frac{q_{2}}{(1+x)^{2}}$$

$$K \frac{q_{1}}{x^{2}} = K \frac{q_{2}}{(1+x)^{2}}; x = 3 \text{ m}$$

b) El potencial eléctrico, que es un escalar, se anulará en un punto situado entre las cargas y situado más cerca de la carga positiva, que es menor.

c) 
$$W_{A \to B} = q (V_A - V_B) = q (V_A - 0)$$

$$\begin{split} V_{A} &= k\,\frac{q_{1}}{r_{1}} + k\,\frac{q_{2}}{r_{2}} = k \Bigg(\frac{q_{1}}{r_{1}} + \frac{q_{2}}{r_{2}}\Bigg) = 9\,\,10^{9}\,\frac{N\,\,m^{2}}{C^{2}}\Bigg(\frac{9\,\,10^{-6}}{3} - \frac{16\,10^{-6}}{4}\Bigg)\frac{\cancel{C}}{\cancel{M}} = -\,\,9\,\,10^{3}\,\frac{J}{C}\,(V) \\ W_{A\to B} &= q\,(V_{A} - V_{B}) = q\,(V_{A} - 0) = 5\,10^{-6}\,\cancel{C}\,\Bigg(-9\,10^{3}\,\frac{J}{\cancel{C}}\Bigg) = -\,4,5\,10^{-3}\,J \end{split}$$

El valor negativo del trabajo nos indica que el potencial del segundo punto es mayor que el del primero, por tanto la carga (que es positiva) no irá espontáneamente de A a B, habría que realizar ese trabajo externamente (en contra del campo).

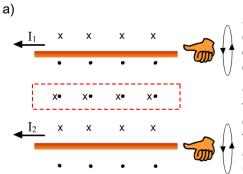
# (Oviedo 2024-2025/Junio.4)

Por dos hilos conductores rectilíneos paralelos y de longitud indefinida que se hallan separados una distancia d = 10 cm, circulan sendas corrientes de igual intensidad. Realiza un esquema y determina razonadamente si se puede anular el campo magnético resultante en algún punto entre los dos hilos conductores, suponiendo que las corrientes circulan en sentidos:

- a) Iguales.
- b) Opuestos.
- c) Si dichos conductores rectilíneos se atraen con una fuerza por unidad de longitud de 4×10<sup>-8</sup> N m<sup>-1</sup>, justifica cual es el sentido de la corriente que circula por ambos hilos conductores, representando en un esquema el campo magnético y la fuerza ejercida entre ambos.
- d) Calcula el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.

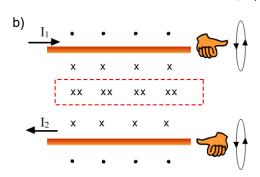
DATO:  $\mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ T \cdot m \ A^{-1}$ 

# Solución:

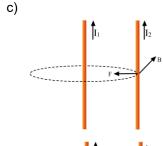


Según la regla de la mano derecha el conductor de arriba crea un campo magnético que sale del plano (puntos) en el espacio comprendido entre los conductores, y entra (aspas) en el espacio situado a su derecha.

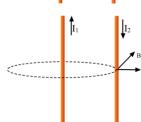
Con el conductor situado debajo ocurre lo contrario; por lo tanto, en la región situada entre ambos conductores los campos apuntan en sentidos contrarios. Si ambas corrientes tienen la misma intensidad, *los campos magnéticos se anularán a lo largo de la línea situada en el punto medio* (rectángulo punteado).



En el esquema se ve que ahora, en la zona comprendida entre los conductores, los campos magnéticos se refuerzan (entran) y si las corrientes son iguales no pueden anularse en ningún punto.



En la figura el campo B es el creado por la corriente  $I_1$ . Si por el segundo conductor circula una corriente  $I_2$  del mismo sentido (ver figura), la fuerza que siente ese conductor es atractiva.



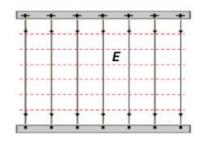
En la figura el campo B es el creado por la corriente I<sub>1</sub>. Si por el segundo conductor circula una corriente I<sub>2</sub> de sentido contrario (ver figura), la fuerza que siente ese conductor tiende a alejarlo.

Por tanto, para que los conductores se atraigan, ha de circular una corriente *del mismo sentido*.

d) 
$$F = \left(\frac{\mu L}{2 \pi}\right) \frac{I_2 I_1}{d} \\ F = \left(\frac{\mu L}{2 \pi}\right) \frac{I^2}{d}; I = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\mu}\right) \left(\frac{F}{L}\right) d} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{4\pi 10^{-7} \frac{M}{A^2}}\right) \left(4.10^{-8} \frac{M}{m}\right) 0,10 \text{ m}} = 0,14A$$

(Oviedo 2024-2025/Julio.3)

Un dispositivo eléctrico que permite detectar partículas cargadas consta de un condensador de láminas plano-paralelas entre las que se establece un campo eléctrico de 150 V/cm según se indica en la figura adjunta, el cual desvía perpendicularmente la trayectoria de las partículas que penetran horizontalmente, según el eje X, desde la izquierda del dispositivo.

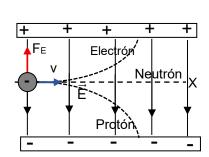


- ¿Qué fuerza experimentará un electrón cuando penetre en la región entre las placas del condensador? ¿Hacia dónde se desviará su trayectoria al atravesar las placas del condensador? Justifica gráficamente la respuesta.
- ¿Cuál será la aceleración que adquirirá un protón al penetrar en la región entre las placas del condensador? ¿Hacia dónde se desviará su trayectoria mientras atraviesa las placas del condensador? Justifica gráficamente la respuesta.
- c) ¿Hacia dónde se desviará la trayectoria de un neutrón al penetrar en la zona entre las placas del condensador? Justifica la respuesta.

DATOS: 
$$|qe-| = |qp+| = 1.6x10^{-19} \text{ C}$$
;  $me- = 9.1x10^{-31} \text{ kg}$ ;  $mp+ = 1.7x10^{-27} \text{ kg}$ 

#### Solución:

a) Realmente, las cargas que se inyecten estarán sometidas a dos fuerzas: una debida al campo eléctrico (F<sub>E</sub>)y otra debida a la gravedad (F<sub>g</sub> = m g). Esta última, es muy pequeña en relación con la primera y se suprimirá en los cálculos. Como el electrón tiene carga negativa la carga que actúa sobre él tiene sentido contrario al campo.



$$E = 150 \frac{\cancel{N}}{\cancel{crn}} \frac{100 \cancel{crn}}{\cancel{1 \cancel{m}}} \frac{\cancel{N \cancel{m}}}{\cancel{1 \cancel{N}}} = 1,5 \cdot 10^4 \frac{N}{c}$$

$$\overrightarrow{F_E} = q \vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cancel{C} \left(-1,5 \cdot 10^4\right) \vec{j} \frac{N}{\cancel{C}} = 2,4 \cdot 10^{-15} \vec{j} (N)$$

Al tener una velocidad inicial y estar sometido a una fuerza constante y perpendicular, describirá una parábola (ver gráfico).

b) Cuando se inyecta un protón (carga igual a la del electrón, pero positiva) la fuerza será idéntica en módulo, pero sentido contrario:

$$\overrightarrow{F_E} = q \, \overrightarrow{E} = 1,6 \, 10^{-19} \, \cancel{C} \left(-1,5 \, 10^4\right) \overrightarrow{j} \, \frac{N}{\cancel{C}} = -2,4 \, 10^{-15} \, \overrightarrow{j} \, (N)$$
 Siguiendo el razonamiento anterior, describirá una parábola abierta hacia abajo.

Cálculo de la aceleración:

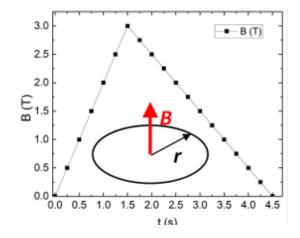
$$\overrightarrow{F_E} = m_p \ \overrightarrow{a} \ ; \ \overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{F_E}}{m_p} = \frac{-2.4 \ 10^{-15} \overrightarrow{j} \left( N \right)}{1.7 \ 10^{-27} \ kg} = -1.41 \ 10^{12} \ \overrightarrow{j} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

Como el neutrón no tiene carga eléctrica, el campo no actúa sobre él y lo atravesará sin desviarse, con velocidad constante en módulo, dirección y sentido.

(Oviedo 2024-2025/Julio.4)

Una espira conductora circular de radio r = 10 cm se encuentra orientada en todo momento perpendicularmente al flujo de un campo magnético homogéneo producido por un dispositivo electromagnético, que varía su intensidad con el tiempo según se indica en la gráfica de la figura adjunta, donde los valores están expresados en unidades del S.I.

- a) Determina el instante de tiempo en que se produce el mayor flujo magnético a través de la superficie de la espira y calcula su valor.
- b) ¿En qué situación se genera el mayor valor de fem inducida en la espira? Justifica la respuesta.
- c) Si la espira conductora tiene una resistencia R = 10 ohms, obtén el valor más elevado de la intensidad de corriente inducida en la espira e indica el sentido de circulación por el conductor. Justifica la respuesta.



# Solución:

a) Se define el flujo de un campo magnético, B, a través de una superficie, S:  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \, S \, \cos \alpha$  Como campo y espira son perpendiculares:  $\Phi = B \, S$ . Como la superficie de la espira ( $\pi \, r^2$ ) es constante la variación del flujo se deberá a la variación (lineal) del campo. El valor máximo del flujo tiene lugar cuando el cambo adquiera su máximo valor (3,0 T):

$$\Phi = B S = B \pi r^2 = 3.0 T \pi 0.1^2 m^2 = 0.03 \pi T m^2 = 0.03 \pi Wb$$

b) Ambas situaciones muestran una variación lineal del campo con el tiempo. La recta de la izquierda representa una variación lineal con pendiente positiva (B aumenta con t), y la de la derecha, una variación lineal con pendiente negativa (B disminuye con t). Es evidente que la pendiente de la recta de la izquierda es mayor que la de la derecha. Como la fem generada se define como:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Por tanto, la situación que se muestra a la izquierda de la gráfica creará una mayor fem inducida.

Podemos calcular el valor de la fem inducida (aunque no se pregunta) de la siguiente manera:

Recta A (izquierda):

$$y = a + bx; B_A = 0 + \frac{(2,0-1,0)}{(1,0-0,5)}t = 2t; B_A = 2t$$

$$\Phi_A = B_A S = 2t (\pi 0,1^2) = (0,02\pi)t$$

$$\varepsilon_A = -\frac{d\Phi_A}{dt} = -\frac{d(0,02\pi t)}{dt} = -0,02\pi V$$

Recta B (derecha)

$$y = a + bx$$
;  $B_B = a + \frac{(2,0-2,5)}{(2,5-2,0)}t = a-t$ ;  $B_B = a-t$ 

Para calcular la ordenada en el origen:

$$\begin{split} &B_{_{B}}=a-t\,;a=B_{_{B}}+t=2,0+2,5=4,5\left(T\right)\\ &Por\,tan\,to\,;B_{_{B}}=4,5-t\\ &\Phi_{_{B}}=B_{_{B}}S=4,5-t\left(\pi\,0,1^{2}\right)=\left(0,045\,\pi\right)-\left(0,01\pi\right)t \end{split}$$

$$\varepsilon_{B} = -\frac{d\Phi_{A}}{dt} = -\frac{d\left(0,045 \; \pi - 0,01\pi \; t\right)}{dt} = 0,01 \, \pi \left(V\right) \quad \bullet \quad \bullet$$

# Lev de Lenz:

El sentido de la corriente inducida es tal que siempre **se opone a la variación del flujo que la produce.** Esto es:

- Si la corriente se induce debido a un aumento del flujo magnético, el sentido de la corriente será el que genere un campo magnético opuesto al campo inductor (produciendo de esta manera un campo más pequeño y una disminución del flujo).
- Si la corriente se induce debido a una disminución del flujo magnético, el sentido de la corriente será el que genere un campo magnético del mismo sentido que el campo inductor (produciendo de esta manera un reforzamiento del campo y un aumento del flujo).

c) 
$$I_{A} = \frac{\left|\epsilon_{A}\right|}{R} = \frac{0.02 \; \pi \; V}{10 \; \Omega} = 2 \; 10^{-3} \; \pi \; (A) = 2 \; \pi \; (A) \simeq 6,28 \; mA$$
 
$$I_{B} = \frac{\left|\epsilon_{B}\right|}{R} = \frac{0.01 \; \pi \; V}{10 \; \Omega} = 10^{-3} \; \pi \; (A) = 2 \pi \; (A) \simeq 3,14 \; mA$$

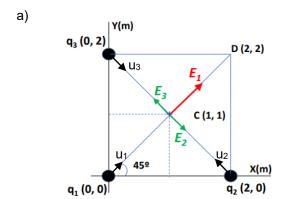
(Oviedo 2023-2024/Junio.3)

Tres cargas puntuales  $q_1$  = 8  $\mu$ C y  $q_2$  =  $q_3$  = -4  $\mu$ C, se colocan en los vértices de un cuadrado de lado 2 m, hallándose  $q_1$  en el origen de coordenadas O (0,0), y las cargas  $q_2$  y  $q_3$  en los vértices A (2, 0) m y B (0, 2) m, respectivamente.

- a) Realiza un diagrama y determina el campo eléctrico en el centro del cuadrado C (1, 1) m
- b) Calcula el potencial eléctrico en los puntos C y en el cuarto vértice D (2, 2) m.
- c) Determina el trabajo realizado para llevar una carga puntual q<sub>4</sub> = 3 nC, desde el vértice D hasta el centro del cuadrado. Justifica si el trabajo se realiza por el campo eléctrico del sistema de cargas o en contra del campo del sistema de cargas.

DATO:  $k = 9 \cdot 10^9 \, \text{N} \cdot \text{m}^2 \, \text{C}^{-2}$ 

## Solución:



$$\vec{u_1} = (\cos 45^{\circ})\vec{i} + (\sin 45^{\circ})\vec{j} = 0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}$$

Por simetría:

$$\overrightarrow{u_2}$$
 = -0,707  $\overrightarrow{i}$  + 0,707  $\overrightarrow{j}$  Apuntan en la misma dirección y sentidos opuestos

Como q<sub>2</sub>= q<sub>3</sub>= - 4 10<sup>-6</sup> C, y la distancia al centro es la misma, se deduce que:  $\overrightarrow{E_2} = -\overrightarrow{E_3}$ ;  $\overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} = 0$ 

Por tanto:

$$\overrightarrow{E}_{Tot} = \overrightarrow{E}_{1} + \overrightarrow{E}_{2} + \overrightarrow{E}_{3} = \overrightarrow{E}_{1}$$

$$\overrightarrow{E}_{Tot} = \overrightarrow{E}_{1} = k \frac{q_{1}}{r_{1}^{2}} \overrightarrow{u}_{1} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N m^{2}}{C^{2}} \frac{8 \cdot 10^{-6} \cancel{C}}{2 \cancel{m}^{2}} (0,707 i \overrightarrow{\theta},707 j) \overrightarrow{2} = 55 \cdot 10 i \cancel{4} \overrightarrow{2} = 55 \cdot 10 j^{4} \overrightarrow{C}$$

b) Potencial en C. Las tres cargas están a la misma distancia del punto, luego:

$$V_{C} = k \frac{q_{1}}{r} + k \frac{q_{2}}{r} + k \frac{q_{3}}{r} = \frac{k}{r} (q_{1} + q_{2} + q_{3}) = \frac{9 \cdot 10^{9} \frac{N m^{2}}{2}}{\sqrt{2} m} (8 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 10^{-6}) C = 0 \text{ V}$$

Potencial en D

$$V_{D} = k \frac{q_{1}}{r_{1}} + k \frac{q_{2}}{r_{2}} + k \frac{q_{3}}{r_{3}} = k \left( \frac{q_{1}}{r_{1}} + \frac{q_{2}}{r_{2}} + \frac{q_{3}}{r_{3}} \right) = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{N \, \text{m}^{2}}{C^{2}} \left( \frac{8 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{8}} - \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} - \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} \right) \frac{\cancel{C}}{m} = -1,05.10^{4} \cdot \frac{J}{C} \left( V \right)$$

$$W_{D\to C} = q (V_D - V_C) = 3 \cdot 10^{-9} \text{ g/} (-1,05 \cdot 10^4 - 0) \frac{J}{\text{g/}} = -3,16.10^{-5} \text{ J}$$

Trabajo negativo, implica que la carga (positiva) va de un potencial menor  $(V_D)$  a uno mayor  $(V_C)$ , pero *las cargas positivas se mueven espontáneamente hacia potenciales decrecientes.* Por tanto se ha de suministrar energía desde el exterior para que vaya de D a C, o lo que es lo mismo, se ha de realizar trabajo en contra del campo.

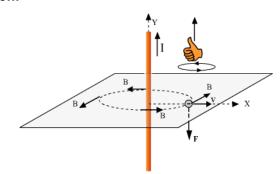
# (Oviedo 2023-2024/Junio.4)

Un hilo conductor rectilíneo muy largo se halla dispuesto según el eje OY mientras por el circula una intensidad de corriente de 1 A en el sentido positivo de dicho eje. Un electrón que se encuentra en el plano XY a una distancia d =  $10^{-1}$  m del conductor lleva una velocidad v =  $10^6$  t m s<sup>-1</sup>.

- Realiza un esquema describiendo los vectores velocidad del electrón, campo magnético creado por el hilo conductor y la fuerza magnética ejercida sobre el electrón. Determina de forma razonada el módulo, dirección y sentido de la fuerza.
- b) Si se cambia la dirección de la velocidad del electrón según el eje OY, ¿cuál sería la nueva fuerza ejercida? Razona la respuesta.

DATOS:  $\mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ T \cdot m \ A^{-1}$ ;  $|q_e| = |q_p| = 1.6 \times 10^{-19} \ C$ 

# Solución: a)

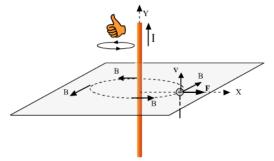


Las líneas del campo magnético creado por el hilo serán circunferencias situadas en el plano perpendicular. *El campo magnético será tangente a las mismas y su sentido se determina con la regla de la mano derecha* (ver esquema):

$$\begin{split} B &= \frac{\mu_0 \; I}{2 \; \pi \; d} = \frac{4 \; \cancel{\pi} \; 10^{-7} \; T \; \cancel{m} \; \cancel{N}^{-1} \; 1 \; \underline{A}}{2 \; \cancel{\pi} \; 0,1 \; \cancel{m}} = \quad 2 \; 10^{-6} \; T = 2 \; \mu T \\ \vec{B} &= 4 \; 10^{-6} \; \vec{k} \; (T) = 4 \; \vec{k} \; (\mu T) \end{split}$$

b) Si la dirección de la velocidad es ahora según la dirección positiva del eje Y, la fuerza ejercida sobre el electrón (que tiene carga negativa) actuará según el eje X y en el sentido positivo es este:

$$\vec{F} = 3,210^{-19} \vec{i} (N)$$



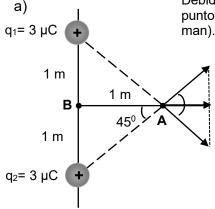
#### (Oviedo 2022-2023/Junio.3)

Dos cargas eléctricas positivas de igual valor +q = 3  $\mu$ C se colocan en los puntos del eje vertical OY de coordenadas (0, 1) m y (0, -1) m, respectivamente.

- a) Determine el valor del campo eléctrico en el punto de coordenadas (1, 0) m.
- b) Calcule el trabajo que se debe realizar para llevar una partícula de carga positiva  $+q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  desde el punto (1,0) m hasta el origen de coordenadas. ¿Dicho trabajo lo realizan las fuerzas del campo eléctrico, o fuerzas externas? Justifique la respuesta.

DATO:  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$ 

## Solución:



Debido a que las cargas son iguales, las componentes Y de los vectores en el punto (1,0) se anulan quedando solo las componentes X (iguales, que se suman). Luego el vector campo total en el punto P, valdrá:

$$E_1 = E_2 = K \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{3.10^{-6} \cancel{C}}{(\sqrt{2})^2 m^2} = 13 \cdot 500 \left(\frac{N}{C}\right)$$

Componente x:

$$E_{x} = E.\cos(45^{\circ}) = 13500 \left(\frac{N}{C}\right)\cos(45^{\circ}) = 9544,5\left(\frac{N}{C}\right)$$

$$E_{Tot} = 2\,E_x = 2\,.\,9544, 5 \left(\frac{N}{C}\right) = 19\,089 \left(\frac{N}{C}\right); \ \, \overrightarrow{E_{Tot}} = 19\,089\,\overrightarrow{i} \left(\frac{N}{C}\right)$$

b) Llamemos A al punto inicial y B al origen de coordenadas, el trabajo valdrá:

$$W_{A\rightarrow B} = -\Delta Ep = q_0(V_A - V_B)$$

Cálculo del potencial en A:

$$\begin{split} V_{1(A)} &= V_{2(A)} = k \frac{q}{r} = 9 \, 10^9 \, \frac{N \, m^{2}}{C^{2}} \, \frac{3 \, 10^{-6} \, \text{C}}{\sqrt{2} \, \text{m}} = 19 \, 902 \, \frac{J}{C} \\ V_{A} &= 2 \, . \, 19 \, 902 \, \frac{J}{C} = 38 \, 184 \, \frac{J}{C} \end{split}$$

Cálculo del potencial en B:

$$\begin{split} V_{1(B)} &= V_{2(B)} = k \frac{q}{r} = 9 \, 10^9 \, \frac{N \, m^2}{C^2} \, \frac{3 \, 10^{-6} \, \cancel{C}}{\sqrt{1} \, \cancel{m}} = \, 27 \, 000 \, \frac{J}{C} \\ V_B &= 2 \, . \, 27 \, 000 \, \frac{J}{C} = 54 \, 000 \, \frac{J}{C} \end{split}$$

Cálculo del trabajo:

$$W_{A\to B} = q_0 (Ep_A - Ep_B) = q_0 (V_A - V_B) = 1.6 \ 10^{-19} \ \text{\%} \ (38 \ 184 - 54 \ 000) \frac{J}{\text{\%}} = -2.53 \ 10^{-15} \ J$$

El signo negativo indica que  $Ep_B > Ep_A$ , luego la carga se mueve en el sentido de ganar energía potencial, para esto *hace falta una fuerza externa* que aporte la energía necesaria.

Una carga positiva no se mueve espontáneamente hacia potenciales crecientes.

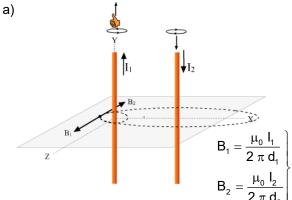
# (Oviedo 2022-2023/Junio.4)

Dos hilos conductores rectilíneos y de longitud indefinida se hallan paralelamente alineados entre sí en el plano XY. El primer conductor está dispuesto sobre eje OY y por él circula una intensidad de corriente eléctrica  $I_1 = 2$  A en el sentido positivo del eje. El segundo conductor se encuentra alineado verticalmente con el primero y situado a su derecha, a una distancia horizontal d = 0,4 m.

- a) Calcule el valor y sentido de la intensidad de corriente que debe circular por el segundo conductor, para que el campo magnético resultante se anule a una distancia horizontal de 0,1 m a la izquierda del primero.
- b) Si la intensidad de corriente que circula por el segundo conductor tiene el mismo valor, pero sentido opuesto a la del primero, determine el vector campo magnético resultante en el punto medio situado entre ambos conductores.

DATO: 
$$\mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ T \cdot m \ A^{-1}$$

#### Solución:

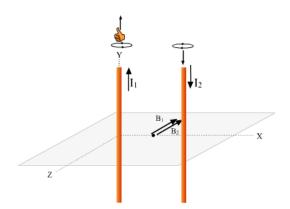


Para que el campo magnético se anule en el punto dado, la intensidad de corriente debe circular en sentido contrario por ambos (ver imagen), y su módulo valdrá:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d}$$

$$\begin{vmatrix}
B_1 = \frac{\mu_0 \ l_1}{2 \pi \ d_1} \\
B_2 = \frac{\mu_0 \ l_2}{2 \pi \ d_1}
\end{vmatrix}
B_1 = B_2; \frac{\mu_0 \ l_1}{2 \pi \ d_1} = \frac{\mu_0 \ l_2}{2 \pi \ d_1}; l_2 = l_1 \frac{d_2}{d_1} = 2 A \frac{0.5 m}{0.1 m} = 10 A$$

b) En este caso los campos se sumarán. Como por ambos conductores circula la misma intensidad y están a la misma distancia del punto el campo será el mismo, creándose un *campo doble al creado* por uno de los conductores:



$$B = \frac{\mu_0 \ I}{2 \ \pi \ d} = \frac{4 \ \cancel{\pi} \ 10^{-7} \ T \ \cancel{m}}{2 \ \cancel{\pi} \ 0.2 \ \cancel{m}} = 2 \ 10^{-6} \ T = 2 \ \mu T$$

$$\vec{B} = -4 \ 10^{-6} \vec{k} \ (T) = -4 \ \vec{k} \ (\mu T)$$

# (Oviedo 2022-2023/Julio.3)

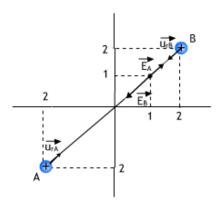
Dos cargas eléctricas iguales y con el mismo signo, se encuentran situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (2, 2) m y (-2, -2) m, respectivamente. El campo eléctrico generado por ambas cargas en el punto (1, 1) m tiene un módulo  $E = 8,1 \cdot 10^4$  N  $C^{-1}$ .

- a) Calcule el valor de las cargas eléctricas y el vector campo eléctrico en el punto (-1, -1) m.
- b) Calcule el trabajo para llevar una carga de 5 nC desde el infinito hasta el punto (-1, -1) m.
- c) Indique el signo que debe tener la carga eléctrica si el trabajo para trasladarla hasta dicho punto desde el infinito, lo realiza la fuerza del campo eléctrico.

DATO:  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$ 

#### Solución:

a)



Llamando a las cargas A y B (ver figura), el vector campo eléctrico creado por cada una de ellas en el punto (1,1) llevarán la dirección y sentido de los respectivos vectores unitarios. Como ambas cargas son iguales, el valor del campo creado por la carga A será más pequeño, ya que la distancia al punto es mayor, luego el vector campo resultante en ese punto apuntará en la dirección y sentido del campo  $\overrightarrow{E_{\rm B}}$ .

Cálculo de los vectores unitarios:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{u_{rA}} = \left(\cos 45^{0}\right) \vec{i} + \left(\sin 45^{0}\right) \vec{j} = 0,707 \vec{i} + 0,707 \vec{j} \\ & \overrightarrow{u_{rB}} = -\left(\cos 45^{0}\right) \vec{i} - \left(\sin 45^{0}\right) \vec{j} = -0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{j} \end{aligned}$$

Cálculo de los campos en el punto (1,1) y campo total (suma vectorial):

$$\begin{split} & \overrightarrow{E_{A}} = \left( k \, \frac{Q}{r_{A}^{2}} \, \right) \overrightarrow{u_{rA}} = 9 \, 10^{9} \, \frac{N \, \text{m}^{2}}{C^{2}} \frac{Q(\cancel{C})}{\left( \sqrt{3^{2} + 3^{2}} \right)^{2} \, \text{m}^{2}} \left( 0,707 \, \vec{i} + 0,707 \, \vec{j} \right) = \left( 3,54 \, 10^{8} \, \right) \vec{i} + \left( 3,54 \, 10^{8} \, \right) \vec{j} \left( \frac{N}{C} \right) \\ & \overrightarrow{E_{B}} = \left( k \, \frac{Q}{r_{B}^{2}} \, \right) \overrightarrow{u_{rB}} = 9 \, 10^{9} \, \frac{N \, \text{m}^{2}}{C^{2}} \frac{Q(\cancel{C})}{\left( \sqrt{1^{2} + 1^{2}} \right)^{2} \, \text{m}^{2}} \left( -0,707 \, \vec{i} - 0,707 \, \vec{j} \right) = \left( -3,18 \, 10^{9} \, Q \right) \vec{i} - \left( 3,18 \, 10^{9} \, Q \right) \vec{j} \left( \frac{N}{C} \right) \\ & \overrightarrow{E_{Tot}} = \overrightarrow{E_{A}} + \overrightarrow{E_{B}} = \left( -2,83 \, 10^{9} \, Q \right) \vec{i} - \left( 2,83 \, 10^{9} \, Q \right) \vec{j} \left( \frac{N}{C} \right) \end{split}$$

En el enunciado se indica que el módulo del vector campo eléctrico en ese punto es 8,1 104 N/C, luego podremos poner:

$$E = \sqrt{\left(2,82\,10^9\ Q\right)^2 + \left(2,82\,10^9\ Q\right)^2} = 4,00\,10^9Q$$
 
$$= 4,00\,10^9Q = 8,1\,10^4;\ Q = 2,03\,10^{-5}C = 20,3\ \mu C$$
 
$$= 8,1\,10^4$$

b) Teniendo en cuenta que el potencial en el infinito es nulo, el trabajo en el punto (1,1) valdrá:

$$W_{\infty \to P} = -\Delta Ep = q (V_{\infty} - V_{(1,1)}) = -q V_{(1,1)}$$

Cálculo del potencial en (1,1):

$$V_{A} = k \frac{q_{A}}{r_{A}} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N m^{2}}{C^{2}} \frac{2,03 \cdot 10^{-5} \cancel{C}}{3 \cdot \sqrt{2} \cancel{m}} = 4,31 \cdot 10^{4} \frac{J}{C}$$

$$V_{B} = k \frac{q_{A}}{r_{A}} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N m^{2}}{C^{2}} \frac{2,03 \cdot 10^{-5} \cancel{C}}{\sqrt{2} \cancel{m}} = 1,29 \cdot 10^{5} \frac{J}{C}$$

$$V_{(1,1)} = 4,31 \cdot 10^{4} \frac{J}{C} + 1,29 \cdot 10^{5} \frac{J}{C} = 1,72 \cdot 10^{5} \frac{J}{C}$$
Trabajo negativo, indica que la carc

Luego:  $W_{\omega \to P} = - \ q \ V_{(1,1)} = - \ 5 \ 10^{-9} \ \ \cancel{\mathcal{L}} \ . \ 1,72 \ 10^5 \ \frac{J}{\cancel{\mathcal{L}}} = - \ 8,6 \ 10^{-4} \ J$  Trabajo negativo, indica que la carga no se moverá espontáneamente, habrá que suministrarle esa energía.

c) Para que la carga se moviera espontáneamente desde el infinito (V=0), hasta el punto (1,1) con un potencial marcadamente positivo, la carga debería de ser negativa. Las cargas negativas se mueven espontáneamente (el campo realiza trabajo) cuando lo hacen hacia potenciales crecientes.

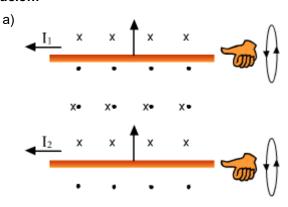
# (Oviedo 2022-2023/Julio.4)

Dos hilos conductores rectilíneos de longitud indefinida y paralelos entre sí, que se hallan separados una distancia d = 0,4 m, transportan sendas intensidades de corriente I<sub>1</sub> = 1 A e I<sub>2</sub> = 3 I<sub>1</sub>, circulando ambas en el mismo sentido. Determine, en los puntos del plano definido por ambos conductores:

- a) El vector campo magnético B generado por los dos hilos conductores en el punto intermedio entre ambos, a la distancia d/2 de cada uno de ellos.
- b) Los puntos en los que se anula el campo magnético B resultante.

DATO:  $\mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ \text{T} \cdot \text{m} \ \text{A}^{-1}$ 

#### Solución:



Como se puede ver en la figura (donde el punto significa campo perpendicular al plano del papel y saliente, y la cruz campo perpendicular y entrante) en el espacio comprendido entre ambos conductores los campos magnéticos creados son de la misma dirección (perpendiculares al plano del papel) pero sentido distinto, así que los campos se restan.

Calculemos los campos magnéticos creados por cada conductor en el punto medio del espacio entre ambos:

$$B_{1} = \frac{\mu_{0} \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{2} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{3} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{4} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{5} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{7} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{7} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

$$B_{7} = \frac{\mu_{0} \ 3 \ I}{2 \pi r}$$

El signo positivo, indica que tiene el mismo sentido que B<sub>1</sub>, luego saliente. Si suponemos que los conductores están situados en el plano XY, el campo resultante apuntaría en la dirección positiva del eje Z:

 $\overrightarrow{B}_{Tot} = (2 \cdot 10^{-6}) \cdot \overrightarrow{k} (T)$ 

b) Llamando d a la distancia entre ambos (0,4 m) y x a la distancia entre el conductor por el que circula 1 A y el punto buscado:

$$B_{1} = \frac{\mu_{0} I}{2 \pi x}$$

$$B_{2} = \frac{\mu_{0} 3 I}{2 \pi (d - x)}$$

$$B_{1} = B_{2}; \frac{\mu_{0} I}{2 \pi x} = \frac{\mu_{0} 3 I}{2 \pi (d - x)}; 4 x = d; x = \frac{d}{4} = \frac{0.4 \text{ m}}{4} = 0.1 \text{ m}$$

c) El campo magnético se anula a lo largo de la recta paralela situada entre ambos conductores y a una distancia de 0,1 m de aquel por el que circula una intensidad de 1 A.

(Oviedo 2021-2022/Junio.2A)

Una carga eléctrica positiva  $q_1$  = 6  $\mu$ C se coloca en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica positiva  $q_2$ = 3  $\mu$ C se acerca desde el infinito hasta una distancia de 9 m de  $q_1$  sobre el eje X positivo.

- a) Calcula el trabajo realizado para llevar la carga eléctrica q<sub>2</sub> hasta dicho punto. Especifica si es un trabajo realizado por el campo eléctrico de la carga q<sub>1</sub> o contrario al campo.
- b) Determina el punto del eje X situado entre ambas cargas en el que una carga negativa -q estaría en equilibrio electrostático.

#### Solución:

a) La carga q<sub>2</sub> está inicialmente en el infinito donde el potencial es nulo. En el punto situado a 9 m de la carga q<sub>1</sub> el potencial valdrá:

$$V = k \frac{q_1}{r_1'} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{g^2} \frac{6 \cdot 10^{-9} \text{ g}^2}{2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

El trabajo realizado por el campo para traer la carga  $q_2$  desde el infinito ( $V_1$ =0) hasta el punto considerado ( $V_2$ ), será:

$$W = - \Delta Ep = q_2(V_1 - V_2) = 3 \ 10^{-6} \ \mathcal{L} \left(0 - 6 \ 10^3\right) \frac{J}{\mathcal{L}} = -1.8 \ 10^{-2} \left(J\right)$$

El trabajo es negativo, lo que indica que la variación de la energía potencial del segundo punto es mayor; hay que llevar la carga desde un punto de menor energía potencial a otro de mayor energía potencial. Esto **no es un proceso espontáneo**, habrá que comunicar energía aplicando una fuerza externa. Se realiza trabajo "en contra" del campo.

b) 
$$q_1 = 6 \mu C$$
  $+$   $q_2 = 3 \mu C$   $d = 9 m$ 

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= K \, \frac{q_1}{x^2} \\ E_2 &= K \, \frac{q_2}{(d-x)^2} \end{aligned} \right\} \\ E_1 &= E_2 \; ; \; K \, \frac{q_1}{x^2} = K \, \frac{q_2}{(d-x)^2} \; ; \\ \frac{x^2}{(d-x)^2} &= \frac{q_1}{q_2} ; \\ \frac{x}{d-x} &= \sqrt{\frac{6 \, 10^{-6} \, \cancel{C}}{3 \, 10^{-6} \, \cancel{C}}} \; ; \\ x &= 5,27 \; m \end{aligned}$$

(Oviedo 2021-2022/Junio.2B)

Dos hilos conductores rectilíneos de longitud indefinida se hallan situados en el plano XY, uno de ellos a lo largo del eje OX y el otro de forma paralela a una distancia determinada. La intensidad de corriente que recorre el hilo conductor del eje OX tiene un valor de 2 A y circula en el sentido positivo del eje. La intensidad de corriente en el segundo conductor es de 3 A.

- a) Determina el módulo dirección y sentido del campo magnético creado por el primer conductor en el punto de coordenadas (-1, -1).
- b) Determina el sentido de circulación de la corriente que circula por el segundo conductor y la posición a la que se encuentra respecto del primero, para que el vector campo magnético B resultante sea nulo en el punto de coordenadas (1, 1) expresadas en unidades del S.I.

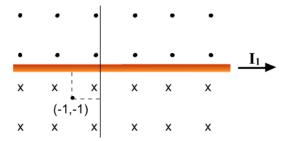
Justifica las dos posibles soluciones

DATOS: 
$$\mu_0 = 4\pi \ 10^{-7} \ T \cdot m \ A^{-1}$$

#### Solución:

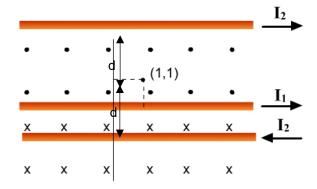
a) Según se puede ver en el esquema el campo magnético creado por el conductor en el punto (-1,-1) será perpendicular al papel y entrando:

$$B = \frac{\mu_0 \ I}{2 \ \pi \ d} = \frac{4 \pi \ 10^{-7} \ T \ \text{m}}{2 \ \pi \ 1 \ \text{m}} = 4 \ 10^{-7} \ T$$
 
$$\vec{B} = -4 \ 10^{-7} \vec{k} \ (T)$$



- b) Para que el campo magnético se anule en el punto (1,1), tenemos dos posibilidades:
  - ✓ Que el conductor se sitúe **por debajo del primero** a una distancia d del punto y que la corriente (l₂) circule por él **en sentido contrario**, con lo que se creará en el punto (1,1) un campo perpendicular al plano del papel y entrante.

Para que el campo se anule en ese punto debe cumplirse que los campos tengan el mismo valor:



$$\begin{vmatrix}
B_2 &= \frac{\mu_0 \ I_2}{2 \pi \ d} \\
B_1 &= B_2
\end{vmatrix} d = \frac{\mu_0 \ I_2}{2 \pi \ B_1} = \frac{4\pi \ 10^{-7} \ \text{T} \ \text{m} \ \text{A}^{-3} \ \text{A}^{-3}}{2 \pi \ 4 \ 10^{-7} \ \text{T}} = 1,5 \ \text{m}$$

Luego el conductor se situará a 1,5 m del punto (1,1) o a 0,5 m por debajo del primer conductor

Que el conductor se sitúe **por encima del primero** a una distancia d del punto y que la corriente (l<sub>2</sub>) circule por él **en el mismo sentido**, con lo que se creará en el punto (1,1) un campo perpendicular al plano del papel y entrante.

Para que el campo se anule en ese punto debe cumplirse que los campos tengan el mismo valor

Los cálculos son idénticos a los realizados en el caso anterior. La distancia d = 1,5 m hay que interpretarla ahora como que *el conductor se sitúa a1,5 m por encima del punto. Esto es a 2,5 m del primer conductor.* 

# (Oviedo 2021-2022/Julio.2A)

Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de lado I = 2 m, dos de ellas con carga positiva q colocadas en los puntos (2, 0) y (0, 2), respectivamente, mientras que la tercera carga negativa tiene un valor -2q y se encuentra situada en el origen (0, 0), siendo q = 10-6C

- a) Determina el campo eléctrico resultante y el potencial eléctrico en el vértice opuesto al de la carga negativa, situado en el punto (2, 2)
- Calcula el trabajo que debe realizarse para trasladar una carga negativa q desde el vértice del cuadrado, en el punto (2, 2), hasta el centro, en el punto de coordenadas (1, 1)

DATOS: 
$$k = 9 \cdot 10^9 \, \text{N} \cdot \text{m}^2 \, \text{C}^{-2}$$

Solución:

ución:  
a) 
$$q_2 = 10^{-6}C$$
  $u_2$   $u_3$   $u_4$   $u_4$   $u_5$   $u_6$   $u_6$   $u_6$   $u_7$   $u_8$   $u_8$   $u_8$   $u_9$   $u_9$ 

Campo debido a q<sub>1</sub> y q<sub>2</sub>

$$\overrightarrow{E_1} = K \frac{q_1}{r_1^2} \left( \overrightarrow{u_1} \right) = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{10^{-6} \cancel{C}}{2^2 m^2} \overrightarrow{j} = 2250 \overrightarrow{j} \left( \frac{N}{C} \right)$$

$$\overrightarrow{E_2} = K \frac{q_2}{r^2} \left( \overrightarrow{u_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2} \frac{10^{-6} \cancel{C}}{2^2 m^2} \left( \overrightarrow{i} \right) = 2250 \overrightarrow{i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

Campo debido a q3.

Vector unitario:  $\vec{u}_3 = \cos \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j} = 0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}$ 

$$\begin{split} \overrightarrow{E_3} &= K \, \frac{q_3}{r_3^2} \left( \overrightarrow{u_3} \right) = 9 \, 10^9 \, \frac{N \, \text{m}^2}{C^2} \frac{-2 \, 10^{-6} \, \text{C}}{8 \, \text{m}^2} \left( 0,707 \, \vec{i} + 0,707 \vec{j} \right) = -1590 \, \, \vec{i} - 1590 \, \vec{j} \left( \frac{N}{C} \right) \end{split}$$
 Campo total: 
$$\vec{E}_{Tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 6600 \, \vec{i} + 6600 \, j \, \left( \frac{N}{C} \right)$$

El potencial de las cargas 1 y 2 es el mismo ya que el valor de la carga y la distancia al punto son idénticos:

$$\begin{split} V_1 &= V_2 = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^{2}} \frac{10^{-6} \, \cancel{C}}{2 \, \cancel{m}} = 4500 \left(\frac{J}{C}\right) (V) \\ V_3 &= K \frac{q_3}{r_3} = 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^{2}} \frac{-2 \cdot 10^{-6} \, \cancel{C}}{\sqrt{8} \, \cancel{m}} = -6364 \left(\frac{J}{C}\right) (V) \\ V_{Tot} &= V_1 + V_2 + V_3 = 4500 (V) + 4500 (V) - 6364 (V) = 2636 \ V \end{split}$$

b) Calculamos el potencial en el punto (1,1)

$$q_{2} = 10^{-6}C$$

$$V_{1} = V_{2} = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \text{ m}^{2}}{C^{2}} \frac{10^{-6} \cancel{C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = 6364 \left(\frac{J}{C}\right)(V)$$

$$q_{3} = -2 \cdot 10^{-6}C$$

$$V_{1} = V_{2} = K \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \text{ m}^{2}}{C^{2}} \frac{10^{-6} \cancel{C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = 6364 \left(\frac{J}{C}\right)(V)$$

$$V_{3} = K \frac{q_{3}}{r_{3}} = 9 \cdot 10^{9} \frac{N \text{ m}^{2}}{C^{2}} \frac{-2 \cdot 10^{-6} \cancel{C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = -12 \cdot 728 \left(\frac{J}{C}\right)(V)$$

$$q_{1} = 10^{-6}C$$

$$V_{(1,1)} = V_{1} + V_{2} + V_{3} = 6364(V) + 6364(V) - 12 \cdot 728(V) = 0$$

$$W = q(V_{(2,2)} - V_{(1,1)}) = -10^{-6} \, \cancel{C} \, \left(2636 - 0\right) \frac{J}{\cancel{C}} = -2,64 \, 10^{-3} \, \left(J\right)$$

El signo negativo del trabajo indica que hay que realizar trabajo contra el campo (aplicar energía) ya que una carga negativa no se mueve espontáneamente hacia potenciales decrecientes.

(Oviedo 2021-2022/Julio.2B)

Una partícula alfa (4He2+) en estado de reposo inicial, se acelera horizontalmente de izquierda a derecha en el sentido del eje X positivo, mediante una diferencia de potencial de 100 V aplicada entre dos placas conductoras planoparalelas. Seguidamente la partícula alfa penetra en una región donde hay un campo magnético de intensidad B = 100 mT perpendicular a la velocidad de la partícula y dirigido según el eje Z negativo, con sentido entrante hacia dentro del plano XY.

- Calcula la velocidad que lleva la partícula alfa al pasar por la segunda placa, y la máxima altura vertical que alcanzará según el eje Y, tras recorrer una trayectoria semicircular bajo la acción del campo magnético
- b) ¿Qué radio de curvatura tendría la trayectoria que describiría un electrón en las mismas condiciones del experimento, tras cambiar la polaridad de las placas planoparalelas?

DATOS: 
$$|q_e| = |q_p| = 1,6 \cdot 10^{-19} \, \text{C}; m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \, \text{kg}; m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \, \text{kg}$$

#### Solución:

a) La energía adquirida por la partícula al ser sometida a la diferencia de potencial vendrá dada por:

$$W = q \Delta V$$

Esta energía se transforma en energía cinética que la carga adquiere, luego su velocidad será:

$$\begin{aligned} W &= qV \\ W &= \Delta Ec \\ \Delta Ec &= \frac{1}{2}mv^2 - 0 \end{aligned} \right\} \frac{1}{2}mv^2 = qV; \ v = \sqrt{\frac{2\,q\,V}{m}} = \sqrt{\frac{2\,(2.\,1,6\,10^{-19})\,\cancel{C}\,100\,\frac{J}{\cancel{C}}}{4\,(1,6\,7\,10^{-27})\,kg}} = 9,8\,10^4\,\frac{m}{s}$$

En el cálculo se ha tenido en cuenta que una partícula alfa es un núcleo de He formado por dos protones y dos neutrones. Además, se ha supuesto que la masa de un protón y un neutrón son iguales y que la masa del núcleo es la suma de las partículas que lo forman lo cual es solo una aproximación

Una vez que entra en la región sometida a la acción del campo magnético la partícula curvará su travectoria:

b)

La velocidad adquirida por el electrón al ser acelerado entre las placas valdrá:

$$v = \sqrt{\frac{2 \, q \, V}{m}} = \sqrt{\frac{2.1,6 \, 10^{-19} \, \cancel{C} \, 100 \, \frac{J}{\cancel{C}}}{9,11 \, 10^{-31} \, kg}} = 5,9 \, 10^6 \, \frac{m}{s}$$

Y el radio:

$$r = \frac{\text{m v}}{\text{q B}} = \frac{9,11 \ 10^{-31} \text{kg} \ .5,9 \ 10^6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \ 10^{-19} \text{C} \ 0,1 \text{T}} = 3,4 \ 10^{-4} \ \text{m}$$

# (Oviedo 2020-2021/Junio.3)

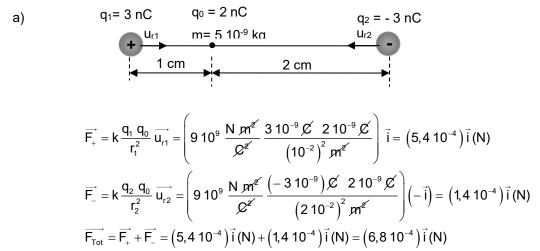
Un dipolo está formado por dos cargas puntuales,  $q_1$  = +3 nC y  $q_2$  = - 3 nC, situadas a una distancia mutua de 3 cm. Una partícula de polvo con masa m = 5  $10^{-9}$  kg y carga eléctrica  $q_0$  = +2 nC se coloca en reposo en un punto A localizado entre las dos cargas y a una distancia de 1 cm respecto de la carga positiva.

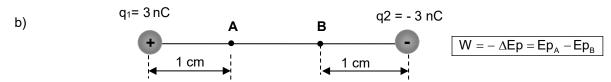
#### Calcule:

- c) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza externa ejercida sobre la partícula de polvo.
- d) El trabajo para trasladar la partícula desde el punto A a un punto B que dista 1 cm de la carga negativa.

  DATOS: k = 9 10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>

#### Solución:





Cálculo de la energía potencial en el punto A

$$\begin{split} &Ep_{(A)^{+}} = k \frac{q_1 \ q_0}{r_1} = 9 \ 10^{9} \ \frac{N \ m^{2}}{\mathscr{L}^{2}} \ \frac{3 \ 10^{-9} \ \mathscr{L}}{10^{-2} \ m} = \ 5,4 \ 10^{-6} (J) \\ &Ep_{(A)^{-}} = k \frac{q_2 \ q_0}{r_2} = 9 \ 10^{9} \ \frac{N \ m^{2}}{\mathscr{L}^{2}} \ \frac{\left(-3 \ 10^{-9}\right) \mathscr{L}}{2 \ 10^{-2} \ m} = \ -2,7 \ 10^{-6} (J) \\ &Ep_{(A)} = Ep_{(A)^{+}} + Ep_{(A)^{-}} = 5,4 \ 10^{-6} (J) + \left(-2,7 \ 10^{-6}\right) (J) = 2,7 \ 10^{-6} (J) \end{split}$$

Cálculo de la energía potencial en el punto B

$$\begin{split} &Ep_{(B)^{+}}=k\frac{q_{1}}{r_{1}^{'}}=9\,10^{9}\,\frac{N\,m^{2}}{\cancel{\mathcal{Q}^{2}}}\,\frac{3\,10^{-9}\,\cancel{\mathcal{C}}}{2\,10^{-9}\,\cancel{\mathcal{D}}}=2,7\,10^{-6}(J)\\ &Ep_{(B)^{-}}=k\frac{q_{2}}{r_{2}^{'}}=9\,10^{9}\,\frac{N\,m^{2}}{\cancel{\mathcal{Q}^{2}}}\,\frac{\left(-\,3\,10^{-9}\,\right)\cancel{\mathcal{C}}}{10^{-2}\,\cancel{\mathcal{D}}}\,\frac{2\,10^{-9}\,\cancel{\mathcal{C}}}{10^{-9}\,\cancel{\mathcal{C}}}=-\,5,4\,10^{-6}(J)\\ &Ep_{(B)}=Ep_{(B)^{+}}+Ep_{(B)^{-}}=2,7\,10^{-6}(J)+(-5,4\,10^{-6})(J)=-\,2,7\,10^{-6}(J)\\ &W=-\,\Delta Ep=Ep_{A}-Ep_{B}=2,710^{-6}\,(J)-\left(-2,710^{-6}\,\right)J=5,4\,10^{-6}\,(J) \end{split}$$

Como  $Ep_{(A)} > Ep_{(B)}$  al ir de A a B la carga pierde energía potencial (W>0). La carga irá espontáneamente (sin necesidad de aportar energía externa) de A a B.

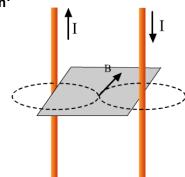
(Oviedo. 2020-2021/Junio.4)

Dos hilos conductores rectilíneos paralelos muy largos de longitud L y por los que circulan corrientes eléctricas opuestas de 15 000 A se encuentran a una distancia d = 5 mm.

- Halle el campo magnético en un punto del plano que determinan los conductores y equidistante entre ambos.
- Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejerce cada hilo sobre el otro.

DATOS:  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ N. A}^{-2}$ 

# Solución<sup>-</sup> a)



Al circular la misma corriente, pero en sentidos opuestos, ambos conductores crearán en el punto medio de la recta que los separa un campo magnético perpendicular al plano que contiene a los conductores y entrante (ver figura).

Para cada conductor el campo creado a una distancia d, vale:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d}$$

b) 
$$F = \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{L}{d}\right) \frac{I_2}{d} \frac{I_1}{d} = \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{L}{d}\right) \frac{I^2}{d} \qquad B_{Tot} = 2B = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \frac{\mu_0}{\pi} \frac{I}{d} = \frac{4\pi \, 10^{-7} \frac{N}{A^2}}{\pi \, 2,5 \, 10^{-3} \text{m}} = 2,4 \, \text{T}$$

$$\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu_0}{2 \pi}\right) \frac{I^2}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{N}{\cancel{A^{2}}}\right)}{2 \pi} \frac{\left(1,5 \cdot 10^4\right)^2 \cancel{A^{2}}}{2,5 \cdot 10^{-3} \text{m}} = 9,3 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$$
 All ser corrientes de sentido contrario ambos conductores se repelen.

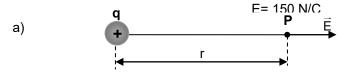
(Oviedo. 2020-2021/Julio.3)

En un punto P que se encuentra a una cierta distancia de una carga puntual el potencial eléctrico es 900 V, mientras que el campo eléctrico en ese punto es 150 N/C. Calcule:

- a) La distancia desde el punto P a la posición de la carga puntual.
- b) El valor y el signo de la carga puntual.
- c) El potencial y el campo eléctrico en el punto P si invertimos el signo de la carga

DATOS: k = 9 109 N·m2 C-2

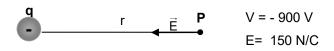
# Solución:



La carga ha de ser positiva, puesto que el potencial es positivo, y el campo, en consecuencia, será saliente (ver figura).

b) La carga ha de ser positiva, tal como se ha dicho en el apartado anterior. Para calcular su valor:

Al invertir la carga tanto el valor del potencial como el del campo permanecen invariables, solo cambian de signo, lo que, en el caso del campo, implica un cambio de sentido.



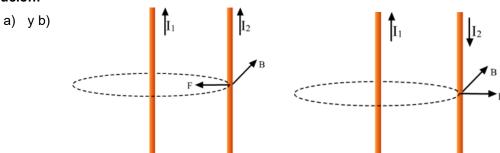
(Oviedo. 2020-2021/Julio.4)

Disponemos de tres hilos conductores rectilíneos paralelos, muy largos, de longitud L por los que circulan corrientes eléctricas de 10 A cada una. En los dos hilos de los extremos la corriente es en el mismo sentido y opuesta en el hilo del centro. La distancia entre hilos consecutivos es d = 1 cm.

- a) Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en los hilos de los extremos. Haga un dibujo donde se representen los hilos y las fuerzas.
- b) Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en el hilo central.

DATOS: 
$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ N. A}^{-2}$$

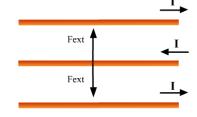
# Solución:



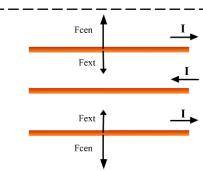
Cuando por dos hilos paralelos circulan corrientes en el mismo sentido los conductores se atraen, y cuando circulan en sentido contrario, se repelen (ver imagen).

La fuerza con que se atraen o repelen viene dada por la expresión:

$$F = \left(\frac{\mu \ L}{2 \ \pi}\right) \frac{I_{_1} \ I_{_2}}{d} \text{ ; Si } I_{_1} = I_{_2} = I \text{ ; } F = \left(\frac{\mu \ L}{2 \ \pi}\right) \frac{I^2}{d} \text{ ; } \frac{F}{L} = \left(\frac{\mu}{2 \ \pi}\right) \frac{I^2}{d}$$



Si los tres conductores están situados en paralelo, tal y como se muestra en la figura, los hilos extremos repelerán al conductor central con idéntica fuerza, razón por la que *la fuerza total actuante* sobre este conductor será nula.



Si consideramos las fuerzas actuantes sobre uno de los conductores extremos, el conductor central lo repelerá (Fcen) y el otro conductor lo atraerá (Fext). Como están situados a distinta distancia las fuerzas no serán iguales y los conductores extremos sentirán una fuerza que los aleja del conductor central.

Para calcular la fuerza, calculamos cada una de las fuerzas actuantes y restamos:

$$\begin{split} &\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu}{2\,\pi}\right) \frac{I^2}{d} \\ &\frac{Fcen}{L} = \left(\frac{\mu}{2\,\pi}\right) \frac{I^2}{d} \\ &\frac{Fext}{L} = \left(\frac{\mu}{2\,\pi}\right) \frac{I^2}{2\,d} \\ &\frac{F}{L} = \frac{Fcen}{L} - \frac{Fext}{L} = \left(\frac{\mu}{2\,\pi} \frac{I^2}{d}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\,\pi} \frac{I^2}{d}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\,\pi} \frac{I^2}{d}\right) \\ &\frac{F}{L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2\,\pi} \frac{I^2}{d}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{4\,\cancel{\pi}\,10^{-7}\,\frac{N}{\cancel{A^{2}}}}{2\,\cancel{\pi}} \frac{10^2\,\cancel{A^{2}}}{10^{-2}m}\right) = 10^{-3} m \end{split}$$

(Oviedo. 2019-2020/Junio.3)

Dos cargas puntuales con cargas  $q_1$  = +10  $\mu$ C y  $q_2$  = - 40  $\mu$ C se disponen en el vacío en posiciones fijas separadas 1 m una de otra. Determinar:

- a) Un punto A donde se anule el campo eléctrico.
- b) Un punto B donde sea nulo el potencial eléctrico.
- c) El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B.

DATOS: K = 
$$9 \cdot 10^9 \,\text{N} \cdot \text{m}^2 \,\text{C}^{-2}$$
;  $|q_e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \,\text{C}$ ; mp =  $1.7 \cdot 10^{-27} \,\text{kg}$ 

# Solución:

a) 
$$q_{+}=10\,\mu\text{C}$$
  $q_{-}=-40\,\mu\text{C}$   $q_{-}=-40\,\mu\text{C}$ 

El campo eléctrico no se anulará en la zona entre las cargas, ya que ahí los campos de ambas cargas se sumarán. A la derecha de la carga negativa, aunque se resten tampoco van a poder anularse ya que al estar la carga positiva más alejada y ser más pequeña, el campo creado por la negativa va a ser siempre mayor. Por tanto, *el punto estará situado a la izquierda de la carga positiva* (ver esquema)

$$E_{+} = K \frac{q_{+}}{x^{2}}$$

$$E_{-} = K \frac{q_{-}}{(d+x)^{2}}$$

$$E_{-} =$$

$$E_{-} = K \frac{q_{-}}{(d+x)^{2}}$$

$$V_{+} = K \frac{q_{+}}{r_{+}}$$

$$V_{-} = K \frac{q_{-}}{r_{-}}$$

$$V_{-} = K \frac{q_{-}}{r_{-}$$

El potencial se anulará en los puntos que cumplan que su distancia a la carga negativa sea el cuádruple que a la positiva. *Esto se puede cumplir en un punto situado entre las cargas*:

$$q_{+}=10 \,\mu\text{C}$$
  $q_{-}=-40 \,\mu\text{C}$   $d-x=4x$ ;  $x=\frac{d}{5}=\frac{1m}{5}=0,20 \,\text{m}$ 

o en un punto situado a la izquierda de la carga positiva:

$$q_{+=} 10 \,\mu\text{C}$$
  $q_{-=} -40 \,\mu\text{C}$   $d + x = 4x$ ;  $x = \frac{d}{3} = \frac{1m}{3} = 0,33 \,\text{m}$   $W = q(-\Delta V) = q(V_1 - V_2) = q(V_4 - 0) = q(V_4)$ 

El primer punto estará situado 1 m a la izquierda de la carga positiva y el potencial valdrá:

$$\begin{vmatrix} V_{_{+}} = K \, \frac{q_{_{+}}}{r_{_{+}}} \\ V_{_{-}} = K \, \frac{q_{_{-}}}{r_{_{-}}} + K \, \frac{q_{_{-}}}{r_{_{-}}} = K \left( \frac{q_{_{+}}}{r_{_{+}}} + \frac{q_{_{-}}}{r_{_{-}}} \right) = 9 \, 10^{9} \, \frac{N \, m^{2}}{C^{2}} \left( \frac{10 \, 10^{-6}}{1} - \frac{40 \, 10^{-6}}{2} \right) \frac{\cancel{C}}{\cancel{pn}} = - \, 9 \, 10^{4} \, \frac{J}{C}$$

$$W = q V_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \mathcal{L} (-9 \cdot 10^4) \frac{J}{\mathcal{L}} = -1,44 \cdot 10^{-14} J$$
 Trabajo negativo ya que se va de un punto de menor energía potencial a otro de mayor. Proceso no espontáneo.

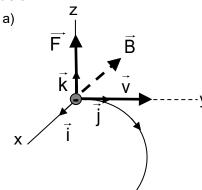
(Oviedo. 2019-2020/Junio.4)

Un electrón se mueve con velocidad constante  $v_0 = 1,41 \cdot 10^6$  m/s a lo largo del eje y. Calcule:

- a) El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que habría que aplicar para que el electrón describiera una trayectoria circular de diámetro 10 cm en sentido horario.
- b) El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el electrón.
- c) Calcule el radio de la trayectoria y el sentido de giro de un protón bajo la acción del mismo campo magnético.

DATOS:  $|q_e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; me = 9.1  $\cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; mp = 1.7  $\cdot 10^{-27} \text{ kg}$ 

#### Solución:



De acuerdo con el esquema que se muestra, si el electrón (carga negativa) está sometido a una fuerza  $\vec{F}=q\left(\vec{v}\wedge\vec{B}\right)$ , dirigida en el sentido positivo del eje Z, describirá una trayectoria circular en el sentido de las agujas del reloj y situada en el plano YZ, plano del papel. Para eso el campo magnético ( $\vec{B}$ ) deberá de estar orientado según la dirección negativa del eje X (perpendicular al plano del papel y entrante). Su valor sería:

$$B = \frac{m \, v}{q \, r} = \frac{9.1 \, 10^{-31} kg \, .1,4110^6 \, \frac{m}{s}}{1,610^{-9} \, C \, .0,050 \, m} = 1,610^{-4} \, T = 16 \, mT$$

NOTA: Existe la posibilidad de que el giro del electrón sea en el plano XY (perpendicular al plano del papel). En este caso el campo magnético debería orientarse (carga negativa) según la dirección positiva del eje Z).

b) 
$$F = q v B = 1,610^{-19} C \cdot 1,4110^6 \frac{m}{s} \cdot 1,610^{-4} T = 3,610^{-17} N$$

Según lo dicho en al apartado (a) la fuerza deberá de estar orientada según la dirección positiva del eje Z, luego:  $\vec{F} = \left(3,6\,10^{-17}\right)\vec{k}$  (N).

c) 
$$r = \frac{m \ v}{q \ B} = \frac{1.7 \ 10^{-27} kg \ .1,4110^6 \frac{m}{s}}{1,610^{-9} \ C \ .1,610^{-4} T} = 94 \ m$$

(Oviedo. 2019-2020/Julio.3)

Dos cargas puntuales positivas,  $q_1$ =+10  $\mu$ C y  $q_2$ =+5  $\mu$ C, están situadas a una distancia mutua de 1 m. Llamemos A al punto medio situado a lo largo de la línea imaginaria que conecta las dos cargas.

- a) Calcule el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el punto A.
- b) Calcule el potencial eléctrico en el punto A.
- c) Si colocamos una carga puntual negativa,  $q=-2 \mu C$ , en el punto A, calcule el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre dicha carga.

DATO: K = 9 109 N·m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>

# Solución:

a)

$$q_1 = 10 \,\mu\text{C}$$
  $q_2 = 5 \,\mu\text{C}$ 
 $\overrightarrow{U}_1$   $\overrightarrow{E}_2$   $\overrightarrow{E}_1$   $\overrightarrow{U}_2$   $\overrightarrow{F}_1$   $\overrightarrow{U}_2$   $\overrightarrow{F}_1$   $\overrightarrow{F}_2$   $\overrightarrow{F}_2$   $\overrightarrow{F}_1$   $\overrightarrow{F}_2$   $\overrightarrow{F}_2$   $\overrightarrow{F}_1$   $\overrightarrow{F}_2$   $\overrightarrow{$ 

$$\begin{split} \overrightarrow{E_1} = & \left( K \, \frac{q_1}{r_1^2} \right) \overrightarrow{u_1} = \left( 9 \, 10^9 \, \frac{N \, \text{m}^2}{C^2} \, \frac{10 \, 10^{-6} \, \text{C}}{(0,5)^2 \, \text{m}^2} \right) \, \vec{i} = \left( 3,6 \, 10^5 \right) \, \vec{i} \, \left( \frac{N}{C} \right) \\ \overrightarrow{E_2} = & \left( K \, \frac{q_2}{r_2^2} \right) \overrightarrow{u_2} = \left( 9 \, 10^9 \, \frac{N \, \text{m}^2}{C^2} \, \frac{5 \, 10^{-6} \, \text{C}}{(0,5)^2 \, \text{m}^2} \right) \left( -\vec{i} \right) = - \left( 1,8 \, 10^5 \right) \, \vec{i} \, \left( \frac{N}{C} \right) \\ \overrightarrow{E_{Tot}} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \left( 3,6 \, 10^5 \, \vec{i} - 1,8 \, 10^5 \, \vec{i} \right) \left( \frac{N}{C} \right) = \left( 1,8 \, 10^5 \right) \, \vec{i} \, \left( \frac{N}{C} \right) \\ V_+ = K \, \frac{q_1}{r_1} = 9 \, 10^9 \, \frac{N \, m^2}{C^2} \, \frac{10 \, 10^{-6} \, \text{C}}{0,5 \, \text{m}} = \, 1,8 \, 10^5 \left( \frac{J}{C} \right) (V) \\ V_- = K \, \frac{q_2}{r_2} = 9 \, 10^9 \, \frac{N \, m^2}{C^2} \, \frac{5 \, 10^{-6} \, \text{C}}{0,5 \, \text{m}} = \, 9 \, 10^4 \left( \frac{J}{C} \right) (V) \\ V_{Tot} = V_+ + V_- = 1,8 \, 10^5 \, (V) + 9 \, 10^4 \, (V) = 2,7 \, 10^5 \, V \\ c) \quad \vec{F} = q \, \vec{E} = -2 \, 10^{-6} \, \, \text{C} \, \left( 1,8 \, 10^{-5} \right) \, \vec{i} \, \frac{N}{C} = -0,36 \, \vec{i} \, (N) \end{split}$$

(Oviedo. 2019-2020/Julio.4)

Una partícula alfa viaja en línea recta con velocidad constante y entra en una región donde existen un campo eléctrico y un campo magnético constante, mutuamente perpendiculares y a su vez perpendiculares a la trayectoria de la partícula alfa. La magnitud del campo eléctrico es de 2 105 N/C y la del campo magnético 0.5 T. Calcule:

- a) La velocidad de la partícula alfa si atraviesa dicha región sin modificar su travectoria.
- La diferencia de potencial necesaria para acelerar la partícula alfa desde el reposo hasta esa velocidad.
- Cómo se debe modificar el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) para que un electrón acelerado con la misma diferencia de potencial atraviese la región sin modificar su trayectoria.

DATO: 
$$|q_e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

#### Solución:

a) Para que la partícula no sufra desviación la fuerza debida al campo eléctrico y al magnético han de ser iguales en módulo y dirección y sentido contrario:

Para acelerar la partícula alfa (carga positiva) hay que someterla a una diferencia de potencial de forma que pierda energía potencial (al ir de potenciales más altos a más bajos). La energía potencial perdida se transformará en energía cinética:

$$\Delta Ec = \Delta Ep = q \Delta V$$
;  $\Delta V = \frac{\Delta Ec}{q} = \frac{\frac{1}{2} \text{ m } v^2}{q} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot (4 \cdot 10^5)^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 3.2 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1660 \text{ V}$ 

Al ser sometido a la diferencia de potencial calculada el electrón adquirirá una velocidad:

$$\Delta Ec = \Delta Ep = q \, \Delta V$$
;  $\frac{1}{2}mv^2 = q \, \Delta V$ ;  $v = \sqrt{\frac{2 \, q \, \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \, 10^{-19} \, C \cdot 1667 \, V}{9.1 \cdot 10^{-31} \, kg}} = 2,4 \, 10^7 \, \frac{m}{s}$ 

Para que electrón no sufra desviación:

$$F_B = F_E$$
;  $\not q \lor B = \not q E$ ;  $E = \lor B = 2,4 \cdot 10^7 \frac{m}{s} \cdot 0,5 \cdot T = 1,2 \cdot 10^7 \frac{N}{C}$  applicado ha de ser contraria a la del apartado (a), ya que el electrón tiene carga eléctrica negativa.

La dirección del campo eléctrico